**Тема**: ***Методы решения систем уравнений***

**Тип урока**: ***Объяснение нового материала***.

**Дата проведения: 21.10.2023 г**

**Цели урока:**
образовательные (*формирование познавательных УУД*): -
повторить графический метод решения систем уравнений, алгоритмы методов подстановки и алгебраического сложения при решении систем линейных уравнений;
-научить применять данные методы при решении систем, содержащих уравнения второй степени;
-научить решать системы уравнений методом введения переменных.

воспитательные *(формирование коммуникативных и личностных УУД*): -

-учить преодолевать трудности и не боятся их;
- воспитывать познавательную активность.

развивающие (*формирование регулятивных УУД*)

- развивать умения правильно выбрать метод решения;
- способствовать развитию мыслительных операций таких как анализ и обобщение;
- интеллектуальное, эмоциональное, личностное развитие ученика.

**Тип урока:** Урок изучения нового материала.
**Оборудование:** компьютер, мультимедийный проектор, экран, стенды с графиками.
**Формы работы учащихся:** фронтальная работа с классом, исследовательская работа в группах, использование презентации, работа с текстом учебника, работа у доски и в тетрадях.

***Планируемые результаты:***

Личностные: мотивация образовательной деятельности на основе демонстрации презентации и проблемных ситуаций; самостоятельность в приобретении новых знаний и практических умений; воспитывать уважение к математике, умение видеть математические задачи в окружающем нас мире.

Метапредметные:

_Коммуникативные_: формирование умений работать в группе с выполнением различных социальных ролей, представлять и отстаивать свои взгляды и убеждения, вести дискуссию, развитие монологической и диалогической речи, умения выражать свои мысли и выслушивать собеседника, воспитание сдержанности, культуры взаимоотношений;

_Познавательные_: приобретение опыта самостоятельного поиска и анализа информации путем практических действий, развитие мышления и внимания учащихся;

_Регулятивные_: овладение навыками самостоятельного приобретения новых знаний, организации учебной деятельности, постановки цели, планирования, самоконтроля и оценки результата своей деятельности.

Предметные: овладеть различными методами решения систем уравнений, видеть и находить наиболее рациональные методы решения.

**План урока.**

1. Организационный момент.
2. Объявление темы и целей урока.
3. Повторение изученного материала.
4. Изучение нового материала.
5. Исторические сведения.
6. Закрепление изученного материала
7. Домашнее задание.
8. Рефлексия.
9. Подведение итогов.

1. **Организационный момент**.

Приветствие.

-Ребята, эпиграфом к нашему уроку, взяты слова известного немецкого поэта и мыслителя Йоганна Вольфганга фон Гете. **Слайд №1**


«Настоящий ученик умеет выводить известное из неизвестного и этим приближается к учителю».

-Думаю, сегодня на уроке у каждого из вас появится возможность, «приблизится» к учителю.

2. **Объявление темы и целей урока.**

-Для этого мы повторим известные вам методы решения систем линейных уравнений, научимся применять эти методы при решении систем, содержащих уравнения второй степени, познакомимся с методом введения новых переменных. И будем учиться применять различные методы при решении систем уравнений.

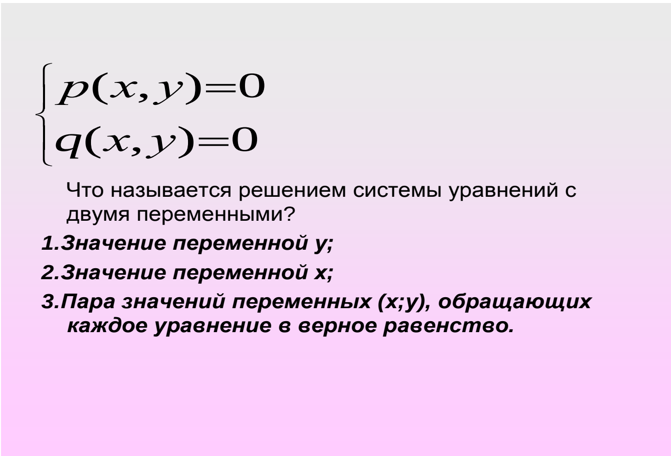
- Откройте тетради, запишите число и тему урока.

**3.Повторение изученного материала.**

Фронтальная работа.

**Слайд № 2.**

1. Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?




Пару значений *(x; y)*,которая является одновременно решением первого и второго уравнения системы, называют ***решением системы уравнений.***

2). Что значит решить систему уравнений?

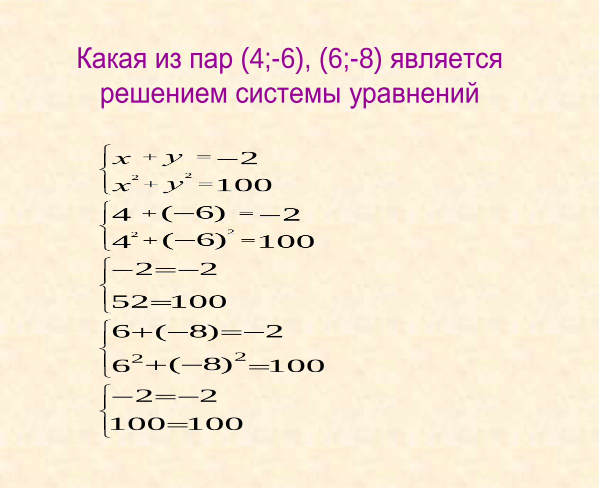
Значит, найти все ее решения или установить, что их нет.

3**). Слайд №3.**

Какая из пар (4;-6), (6;-8) является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x+y=-2 \\ x^2+y^2=100 \end{cases}$$

-Как ответить на вопрос? – Проверить, является ли пара чисел решением каждого уравнения.

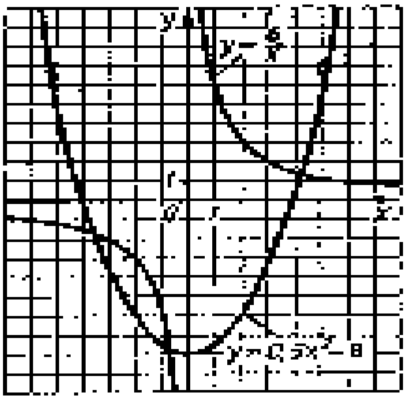



Пара (4;-6) не является решением системы, т.к. не удовлетворяет второму уравнению системы.

Пара (-6; 8) является решением системы.

4) С помощью графика определите, сколько решений имеет система уравнений.

**Слайд № 4.**



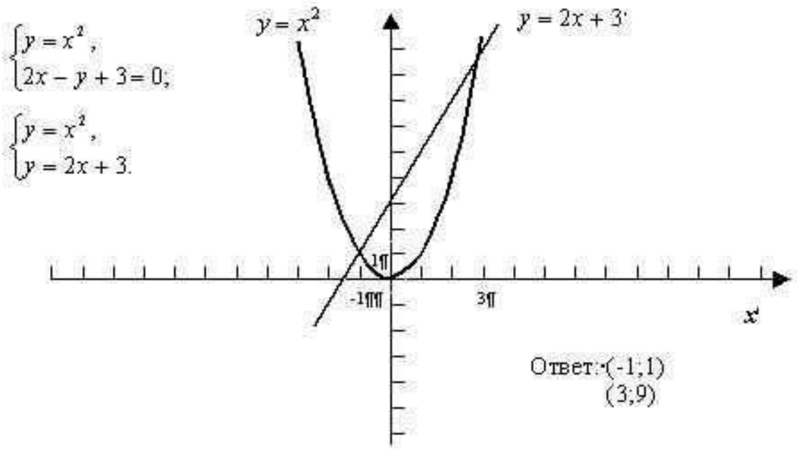

Три точки пересечения. Значит, три решения.

5) Применяя графический метод, выясните, имеет ли решение система уравнений, если да, то сколько?

Учащиеся выполняют задание в тетрадях самостоятельно. График и ответ появятся на экране после ответа учащихся.

**Слайд № 5.**

$$\begin{cases} y-x^2=0 \\ 2x-y+3=0 \end{cases}$$




Ответ: 2 решения.

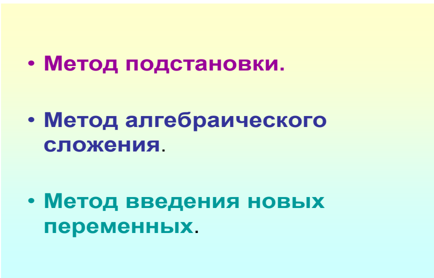
-Ребята, мы решили систему рациональных уравнений графическим методом.

-Как выдумаете чем «ненадежен»  графический метод?

1. Точки пересечения не всегда могут «хорошими».
2. Не всегда мы сумеем построить графики уравнений.

6) Какие более надежные методы решения систем уравнений вы знаете?

**Слайд № 6.**




После ответов учащихся на экране появляются первые два метода.

- Правильно, это метод подстановки и метод алгебраического сложения решения систем линейных  уравнений.

### 4.Изучение нового материала.

- Сегодня на уроке мы рассмотрим эти методы, но для решения систем рациональных уравнений и познакомимся с еще одним методом (появляется на экране) - методом введения новых переменных.

**1. Актуализация опорных знаний учащихся**

- Первые два метода вам хорошо знакомы из курса алгебры 7 класса. Так назывались методы решения систем линейных уравнений. А  метод введения новой переменной мы использовали в 8 классе при решении рациональных уравнений с одной переменной.

- Давайте вспомним алгоритмы метода подстановки и метода алгебраического сложения на следующих примерах.

Устно. (Считаю, что на конкретном примере учащимся легче вспомнить алгоритмы решения).

**Слайд № 7.**

1. Метод подстановки. $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$

1. ***Выразим x (или y) из первого уравнения.***
2. ***Подставим вместо x полученное выражение во второе уравнение.***

$\begin{cases} x=2-y \\ 3(2-y)-2y=11 \end{cases}$

3. ***Решим уравнение относительно y.***

$\begin{cases} x=2-y \\ y=-1 \end{cases}$

4. ***Подставить вместо y в первое уравнение системы полученное значение.***

$\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

5. ***Записать ответ (3;-1).***

Каждый шаг алгоритма появляется на экране после ответов учащихся.

**Слайд №8.**

2.Метод алгебраического сложения.

$\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ x-3y=38 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ x-3y=38 \end{cases}$

***1.В уравнениях системы коэффициенты при y – противоположные числа. Сложив почленно левые и правые части уравнений, получим уравнение с одной переменной***

2x+3y+(x-3y)=-5+38

***2.Решим полученное уравнение относительно x***

3x=33

x=11

***3.Подставим вместо x полученное значение в первое уравнение системы.***

$\begin{cases} x=11 \\ 2*11+3y=-5 \end{cases}$

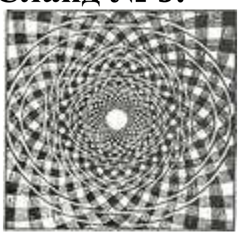
***4.Решив второе уравнение системы, найдем значение переменной y***

***5.Записать ответ (3;-1).***

Молодцы, ребята!

**Зарядка для глаз.**

**Слайд № 9.**



Учащиеся следят за движением белой «точки».

**2.Объяснение нового материала.**

Алгоритмы решения систем линейных уравнений методом подстановки и методом алгебраического сложения, которые мы знаем с 7-го класса, подойдут и для решения систем двух уравнений ,не обязательно линейных, с двумя переменными.

Объясняю решение на доске, учащиеся записывают в тетрадях.

**I. Пример.** Дана система уравнений.

$$\begin{cases} 2x^2 - xy = 33 \\ 4x - y = 17 \end{cases}$$

Решим ее методом подстановки.

**1**.Выразим *y* из второго уравнения системы. Какое выражение для *y* мы запишем?

$$\begin{cases} 2x^2 - xy = 33 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

**2**.Выразили *y,* что дальше? Подставим в первое уравнение.

$$\begin{cases} 2x - x(4x - 17) = 33 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

-Что же мы видим? Правильно, что 1-ое уравнение системы зависит от одной переменной *x*.

$$\begin{cases} -2x^2 + 17x - 33 = 0 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

-Какое это уравнение? Это квадратное уравнение.

-А решать их мы с вами умеем.

**3**.Выпишем 1-ое уравнение системы

$\underline{-2x^2 + 17x - 33 = 0}$

-Решите его самостоятельно.

Решив уравнение, получаем x=3, x=5,5.

**4.**Подставим поочередно каждый из найденных корней уравнения вместо *x* в выражение *y* через *x*.

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 4*3 - 17 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 5{,}5 \\ y = 4*5{,}5 - 17 \end{cases}$$

-Найдите значения переменной *y* и запишите ответ.

5. Ответ (3;-5); (5,5;5)

**II. Пример.** Дана система уравнений.

$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22 \\ x^2 + 3y^2 = 28 \end{cases}$$

Система уравнений состоит из двух уравнений второй степени с двумя переменными, найти ее решение можно методом алгебраического сложения.

1. Коэффициенты при у – противоположные числа. Сложим почленно левые и правые части уравнений.

$x^2 - 3y^2 + x^2 + 3y^2 = 22 + 28$

2. Получим уравнение: $2x^2 = 50$
3. Решим его. – Умеем решать?

Решите самостоятельно.

$x^2 = 25$

$x_1 = -5 \quad x_2 = 5$

**3**.Подставим поочередно найденные значения х во второе уравнение системы. $\begin{cases} x = 5 \\ 25 + 3y^2 = 28 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = -5 \\ 25 + 3y^2 = 28 \end{cases}$

**4**. Решив второе уравнение, получаем

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

**5**. Запишем ответ (5;-1), (5;1), (-5;-1), (-5;1).

Молодцы, ребята!

**III.** Рассмотрим решение систем методом введения новых переменных.

Учащиеся записывают в тетради способы введения новых переменных.

Метод введения новых переменных (замена переменных) применяется при решении систем двух уравнений с двумя переменными одним из следующих способов:

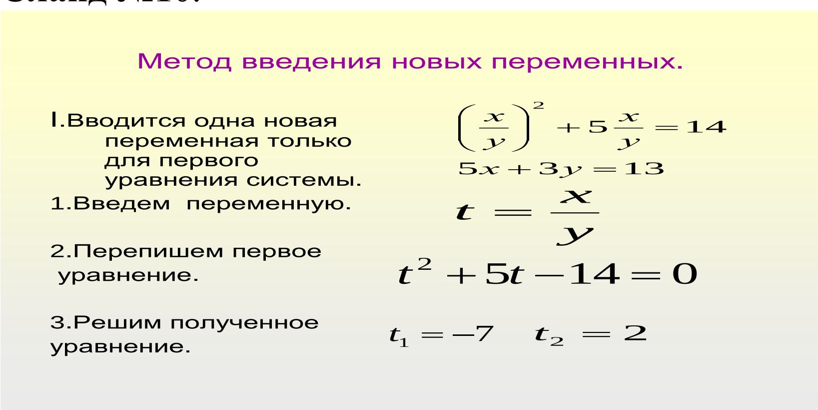
1) вводится одна новая переменная только для одного уравнения системы;

2) вводятся две новые переменные сразу для обоих уравнений.

-Рассмотрим каждый из способов.

I способ: введения новых переменных.

**Слайд №10**.




Каждый шаг решения появляется на экране после ответа на вопрос.

-Посмотрите внимательно на систему уравнений. Для какого уравнения системы мы введем новую переменную и почему?

-Как перепишется первое уравнение системы?

-Как решить полученное уравнение? Решите его.
-Выполнив обратную замену переменной, мы увидим, что первое уравнение распадается на два простых уравнения.

**Слайд №11.**

$\frac{x}{y} = -7$ $\quad\quad$ $\frac{x}{y} = 2$

$x = -7y$ $\quad\quad$ $x = 2y$

Каждое полученное уравнение нужно рассмотреть в системе.

$\begin{cases} x = -7y \\ 5x + 3y = 13 \end{cases}$ $\quad\quad$ $\begin{cases} x = 2y \\ 5x + 3y = 13 \end{cases}$

-Решите эти две системы уравнений.
-Каким методом решим?
Учащиеся самостоятельно выполняют решение в тетрадях.
-Проверим

**Слайд №12.**

$\begin{cases} x = -7y \\ -35y + 3y = 13 \end{cases}$ $\quad\quad$ $\begin{cases} x = 2y \\ 10y + 3y = 13 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 91/32 \\ y = -13/32 \end{cases}$ $\quad\quad$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

$Ответ: (91/32; -13/32), (2;1)$

II способ: введения новых переменных.

**Слайд №13.**

Метод введения новых переменных.

II.Вводится две новые переменные сразу для обоих уравнений системы.

$\begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ xy + (x+y) = 5 \end{cases}$

1.Введем переменные.

$a = xy; \quad в = x + y$

2.Перепишем систему уравнений в новых переменных.

$\begin{cases} a \bullet в = 6 \\ a + в = 5 \end{cases}$

3.Решим полученную систему.

Каждый шаг решения появляется после ответов учащихся.
-Ребята, посмотрите внимательно на систему, что вы видите?
-Введем две новые переменные в обоих уравнениях системы.
-Как перепишется заданная система в новых переменных?
Какую систему получим?

$$\begin{cases} a*в=6 \\ a+в=5 \end{cases}$$

-Каким методом решим полученную систему?

- Правильно, методом подстановки. У доски решение системы выполняет учащийся.

$в_1=2$

$в_2=3$

Найдем решение системы в новых переменных.

$\begin{cases} в=2 \\ a=3 \end{cases}$; $\begin{cases} в=3 \\ a=2 \end{cases}$

-Эти пары являются ли решениями заданной системы?

Нет. Вернемся к переменным $x$ и $y$. Получим две системы:

$\begin{cases} xy=3 \\ x+y=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} xy=2 \\ x+y=3 \end{cases}$

-Каким методом решается каждая система?

- Правильно, методом подстановки.

1. $\begin{cases} x=2-y \\ (2-y)*y=3 \end{cases}$

- y +2y-3=0 D<0, корней нет. Значит, система не имеет решение.

2. $\begin{cases} x=3-y \\ (3-y)*y=2 \end{cases}$

- y+3y-2=0 y=1 и y=2

$\begin{cases} x=3-1 \\ y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3-2 \\ y=2 \end{cases}$

Ответ: (2;1),(1;2)

-Ребята, решая системы методом подстановки, методом алгебраического сложения и даже методом введения новых переменных вы все работу выполнили самостоятельно.

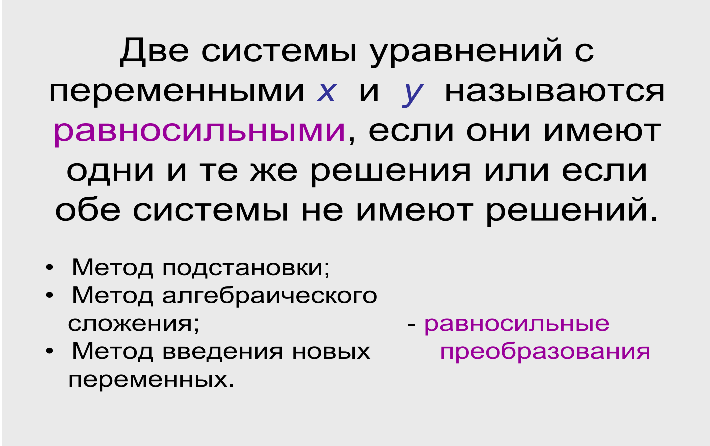
- Ответьте мне на вопрос: Какова основная идея решения систем рациональных уравнений? Перейти к более простому уравнению или системе уравнений.

-Переход к более простому уравнению – это равносильное преобразование, а переход к более простой системе?

-Значит, мы можем говорить и о равносильном преобразовании систем уравнений.

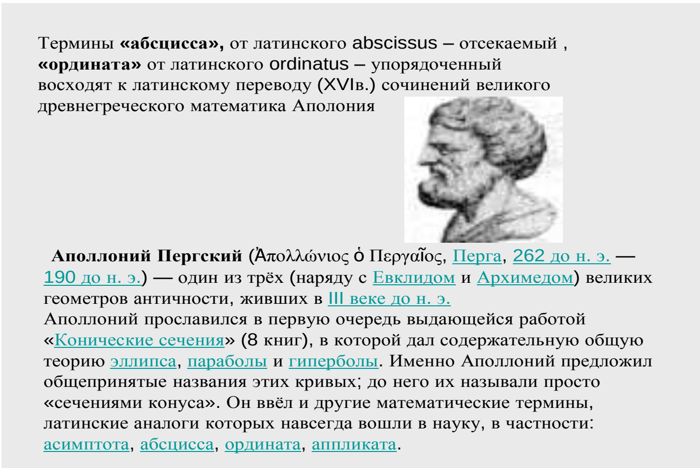
-Давайте попробуем сформулировать определение равносильности систем уравнения. Учащиеся формулируют самостоятельно.

**Слайд № 14.**




**5. Исторические сведения «О координатах».** Сведения подготовила Галимова Галия (в форме презентации).

**Слайд № 15**.




**Слайд №16.**


Общематематическое значение метода координат открыли и впервые выявили французские математики XVIIв.

**Слайд №17**.

**Пьер де Ферма́** (фр. *Pierre de Fermat*, 17 августа 1601) — 12 января 1665) — французский математик, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел.

**Рене́ Дека́рт** (фр. *René Descartes*; 31 марта 1596 — 11 февраля 1650) — французский математик, философ, физик и физиолог, создатель аналитической геометрии и современной алгебраической символики

Изложение метода координат было впервые опубликовано в «Геометрии» Декарта в 1637г.

**Слайд №18.**

Эти термины были введены в употребление в 70 – 80 –х годах XVIIв. Г.В. Лейбницем.

**Готфрид Вильгельм фон Лейбниц** (нем. *Gottfried Wilhelm von Leibniz*; 21 июня (1 июля) 1646, Лейпциг, Германия — 14 ноября 1716, Ганновер, Германия) — немецкий философ, математик, юрист, дипломат.

Им же абсцисса вместе с ординатой были названы координатами

## 6.Закрепление изученного материала.

- Даны системы уравнений. Определите метод решения каждой системы.

**Слайд №19.**

$$1)\begin{cases} x^2+xy-y^2=11 \\ x-2y=1 \end{cases} \qquad 4)\begin{cases} 5(x+y)+4xy=32 \\ xy(x+y)=12 \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} x^2y^2+xy=2 \\ 2x+y=3 \end{cases} \qquad 5)\begin{cases} x^2+y^2=61 \\ x^2-y^2=11 \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} 1/x+1/y=5/6 \\ 2y-x=1 \end{cases} \qquad 6)\begin{cases} 3x-xy=10 \\ y+xy=6 \end{cases}$$

Ответы: 1-методом подстановки (выражаем *x* из второго уравнения)
2-метод введения новой переменной в первом уравнении (xy=t).
3-метод подстановки (выражаем **x** из второго уравнения).

4- метод введения новых переменных сразу в обоих уравнениях (x+y=a, xy=в).

5-метод алгебраического сложения.

6-метод алгебраического сложения. Может возникнуть трудность в определении метода.

**7. Домашнее задание.**

1)-Перепишите в тетради одну из систем и решите ее дома.

2)Стр.39 № 123(б), №127(а,б) и №128(а)

Инструктаж по выполнению домашнего задания.

-Откройте задачники на странице 39. Вам нужно решить системы уравнений методом, указанным в задании к данным номерам:

-№123(а,б)-методом подстановки, №127(а,б)-методом алгебраического сложения и №128(а)- методом введения новой переменной в первом уравнении системы.

**8. Рефлексия.**

-Что повторили сегодня на уроке?

-Что нового узнали?

-Чему научились?

**9.Подведение итогов.**

-Вы все сегодня молодцы! Все активно участвовали в работе.

Выставление оценок.

-Ребята, давайте еще раз прочитаем эпиграф к уроку.

**Слайд №1.**

-Как вы считаете, удалось ли вам «приблизится» к учителю?

Спасибо всем. Урок закончен.